

# **Curso de MATLAB**

## **Análise de Sinais e Sistemas**

Fabricio Breve

[fabricio@dc.ufscar.br](mailto:fabricio@dc.ufscar.br)



# Visão Geral

- MATrix LABoratory
- Ambiente interativo para computação envolvendo matrizes
- Desenvolvido no início da década de 80 por Cleve Moler, no Departamento de Ciência da Computação da Universidade do Novo México, EUA
- Versões mais recentes (4.0 em diante) foram desenvolvidas pela MathWorksInc., que detêm os direitos autorais destas implementações
- Multiplataforma:
  - Windows
  - Linux / Unix
  - MacOS
  - Solaris

# Uso do MATLAB

- Matemática e Computação
- Desenvolvimento de Algoritmos
- Aquisição de Dados
- Modelagem, Simulação e Prototipação
- Análise, Exploração e Visualização de Gráficos Científicos e de Engenharia
- Desenvolvimento de Aplicativos, incluindo desenvolvimento de interface gráfica

# Características

- É um sistema interativo cujo elemento de dado básico é um array que não requer dimensionamento
  - permite resolver muitos problemas técnicos computacionais, especialmente aqueles com formulação de matrizes e vetores, em uma fração de tempo que levaria para escrever um programa em uma linguagem escalar não interativa (como C ou Fortran)
- Tem diversos toolboxes para aplicações específicas, incluindo:
  - Processamento de Sinais
  - Sistemas de Controle
  - Redes Neurais
  - Lógica Fuzzy
  - Wavelets
  - Simulação

# Características

- Facilita programação
  - Economia de tempo de programação
- Mais lento que linguagens tradicionais
  - Interpretado
  - Java

# Sistema MATLAB

- **Ambiente de Desenvolvimento:** ferramentas que facilitam o uso do MATLAB, incluindo janela de comandos, histórico, área de trabalho, arquivos, etc.
- **Biblioteca de Funções Matemáticas:** coleção de algoritmos computacionais, variando de funções elementares como soma, seno, cosseno e aritmética complexa até funções mais sofisticadas como matriz inversa, funções de Bessel e Transformada Rápida de Fourier.
- **Linguagem Matlab:** linguagem de vetores/matriz de alto nível com controle de fluxo, funções, estrutura de dados, entrada/saída, e características de programação orientada a objetos.
- **Gráficos:** facilidades para mostrar vetores e matrizes como gráficos, e também anotações e impressões destes gráficos. Funções de alto nível para visualização de dados bidimensionais e tridimensionais, processamento de imagens, animação e apresentação de gráficos. Inclui também funções de baixo nível para personalizar a aparência de gráficos e para implementar interface gráfica para aplicações.
- **MATLAB API:** biblioteca que permite escrever programas em C e Fortran para interagir com o MATLAB. Inclui facilidades de chamar rotinas do MATLAB (elo dinâmico), chamada do MATLAB como motor computacional e leitura e escrita de arquivos MAT.

# Ambiente de Desenvolvimento

The screenshot displays the MATLAB environment with the following components:

- Workspace:** A table showing the current state of variables in memory.
- Command Window:** A window for entering and executing MATLAB commands, showing the output of the current session.
- Command History:** A window showing a list of previously executed commands for review.

Name	Value	Class
A	[2 3 4; 5 6 7; 9 10 11]	double
B	[5 7 8; 9 0 1; 2 8 7]	double
Soma	[7 10 12; 14 6 8; 11 18 18]	double

```
>> A = [2 3 4; 5 6 7; 9 10 11]
A =
     2     3     4
     5     6     7
     9    10    11

>> B = [5 7 8; 9 0 1; 2 8 7]
B =
     5     7     8
     9     0     1
     2     8     7

>> Soma = A + B
Soma =
     7    10    12
    14     6     8
    11    18    18
```

Command History:

```
B = [5 7 8; 9 0 1; 2 8 7]
Soma = A + B
A = [2 3 4; 5 6 7; 9 10 11]
B = [5 7 8; 9 0 1; 2 8 7]
Soma = A + B
A = [2 3 4; 5 6 7; 9 10 11]
B = [5 7 8; 9 0 1; 2 8 7]
Soma = A + B
A = [2 3 4; 5 6 7; 9 10 11]
B = [5 7 8; 9 0 1; 2 8 7]
Soma = A + B
```

# Linguagem MatLab

- Versões da Mathworks incluem facilidades gráficas, de visualização e impressão
- Entretanto existem interpretadores da “linguagem Matlab” em domínio público:
  - MATLAB 1.0
  - Octave
  - Rlab
  - SciLab
- Existem ainda outros interpretadores comerciais de Matlab



# Biblioteca de Funções Matemáticas

- O MATLAB incorpora diversas toolboxes com funções genéricas e específicas para diversas áreas
- Apesar de o MATLAB ser um software proprietário, os códigos-fonte das toolboxes podem ser livremente visualizados e editados.
- Existem diversas toolboxes de terceiros, tanto comerciais quanto livres.

# Matrizes, Vetores e Escalares

- **Atribuição**

`escA = 3.5`

`vetB = [3.5, 2.1, 10]`

`matC = [3.5 2.1  
4 5 ]`

`matD = [3.5 2.1; 4 5]`

- **Busca de Valores por Índice**

`vetB(3) = 10`

`matC(2,2) = 5`

`matC(1,2) = 2.1`

# Executando Funções e Iniciando Variáveis

- Para digitar múltiplas linhas antes de executá-las, digite a linha e pressione SHIFT+ENTER.
- Para que o MATLAB execute um comando sem exibir resultado basta colocar um ponto-e-vírgula no final do comando.
- As funções e variáveis são case-sensitive
- O editor possui Syntax Highlighting e Parentheses Matching

# Operações com Matrizes

$$A = [1 \ 2 \ 3; 4 \ 5 \ 6; 7 \ 8 \ 9];$$

$$B = [2 \ 1 \ 2; 4 \ 1 \ 7; 2 \ 5 \ 3];$$

$$X = A + B$$

$$X =$$

$$\begin{matrix} 3 & 3 & 5 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 8 & 6 & 13 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 9 & 13 & 12 \end{matrix}$$

## Operadores:

+ Adição

- Subtração

\* Multiplicação

/ Divisão à esquerda

\ Divisão à direita

^ Potência

' Transposição

# Operação Pontual

- Operação com cada elemento da matriz de forma individual:
  - Multiplicação, Divisão e Potenciação
- Colocar ponto na frente do operador

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A * B = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A .* B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

# Trabalhando com Matrizes

- Operador dois pontos (:)
  - Criação de matriz/vetor
  - Seleção de partes da matriz

- Vetor de 0 a 1, incremento 0.2:

```
>> vetA = 0:0.2:1
```

```
vetA=    0    0.2    0.4    0.6    0.8    1.0
```

- Matriz 3x3 com valores de 1 a 9:

```
>> matA=[1:1:3; 4:1:6;7:1:9]
```

```
matA =
```

```
    1    2    3
    4    5    6
    7    8    9
```

# Trabalhando com Matrizes

- Operador dois pontos (:)
- Matriz 3x3, valores de 10 a 90:

```
>> matB= [10:10:30; 40:10:60; 70:10:90]
```

```
matB =      10      20      30  
          40      50      60  
          70      80      90
```

- Pegando apenas uma parte da matriz acima:

```
>> matC = matB(1:2,1:3)
```

```
matC =      10      20      30  
          40      50      60
```

```
>> matC = matB(1,:)
```

```
matC =      10      20      30
```

# Trabalhando com Matrizes

- Sendo A uma matriz 4X4:
  - Soma =  $A(1,4) + A(2,4) + A(3,4) + A(4,4)$
  - Soma = `sum(A(1:4,4))`
  - Soma = `sum(A(:,4))`
  - Soma = `sum(A(:,end))`
- Todos os comandos fazem o mesmo cálculo



# Exercício 1

- Criar vetor com os 6 primeiros quadrados perfeitos
- Solução:
  - >>QuadPerf = 1:6;
  - QuadPerf = 1 2 3 4 5 6**
  - >>QuadPerf = QuadPerf.^2;
  - QuadPerf = 1 4 9 16 25 36**
- Porque  $\text{QuadPerf}^2 = \text{erro}???$ 
  - $\text{QuadPerf}^2 = \text{QuadPerf} * \text{QuadPerf};$

# Expandindo o tamanho de uma matriz

- Se você tentar acessar um elemento fora da matriz, receberá uma mensagem de erro:

**B = A(4,5)**

**Index exceeds matrix dimensions**

- Se você tentar armazenar um elemento fora da matriz, a matriz se expande para acomodar o elemento:

**B = A;**

**B(4,5) = 17**

**B =**

<b>16</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>13</b>	<b>0</b>
<b>5</b>	<b>11</b>	<b>10</b>	<b>8</b>	<b>0</b>
<b>9</b>	<b>7</b>	<b>6</b>	<b>12</b>	<b>0</b>
<b>4</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>1</b>	<b>17</b>

# Excluindo Linhas e Colunas

- Você pode excluir linhas de uma matriz usando apenas um par de colchetes. Começando com:  
 **$X = A;$**
- Para deletar a segunda coluna de X usa-se:  
 **$X(:,2) = []$**
- Se você tentar excluir o único elemento de uma matriz, ela deixará de ser uma matriz, portanto essa operação não é permitida e retorna um erro.

# Criando Matrizes

- **magic(n)**: cria um matriz  $n \times n$  onde a soma de qualquer linha ou qualquer coluna é sempre igual
- **zeros(m,n)**: matriz  $m \times n$  preenchida por 0s
- **ones(m,n)**: matriz  $m \times n$  preenchida por 1s
- **eye(m,n)**: matriz  $m \times n$  identidade
- **pascal(n)**: matriz de pascal

# Comando Format

**format short;  
sqrt(2)**

- **short:** 1.4142
- **long:** 1.41421356237310
- **short e:** 1.4142e+000
- **long e:** 1.414213562373095 e+000
- **+:** + (*sinal*)
- **rat:** 1393/985 (*aproximação*)
- **hex:** 3ff6a09e667f3bcd

# Valores e Matrizes Especiais

- pi = 3,1416
- i, j =  $\sqrt{-1}$
- +Inf =  $+\infty$
- -Inf =  $-\infty$
- NaN = *not a number*
- Clock = [ano mês hora min seg]
- Date = 'dia-mês-ano'
- Ans = *armazena resposta mais recente quando não há atribuição*

# Overflow e Underflow (Limites)

- **Overflow ( $10^{308}$ )**
  - Aproxima para  $\infty$
  - **$x = 2e200$**
  - **$y = 1e200$**
  - **$z = x*y (2e400)$**
  - **$z = \text{Inf}$**
- **Underflow ( $10^{-308}$ ):**
  - Aproxima para 0
  - **$x = 2e-200$**
  - **$y = 1e200$**
  - **$z = x/y (2e-400)$**
  - **$z = 0$**

# Entrada e Saída

- Comando INPUT:  
    >> A = input('Digite o valor de A: ')
- Saída:  
    >> fprintf('texto')
- Arquivos .MAT
  - **save**  
    >> **save matrizes A B**
  - load**  
    >> **load matrizes**



# Exercícios

- 2) Calcular distância euclidiana entre dois pontos (X e Y):
  - Usuário entra com os pontos
  - Exibir resultado na tela

$$d_{x,y} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

- 3) Criar vetor de 0 a 2 com incremento de 0.2. (Este vetor pode ser utilizado como tempo de 0 a 2s, com amostragem a cada 0.2)
  - Salvar vetor em um arquivo

# Criando funções em arquivos .m

```
function [s1,s2] = nome(e1,e2)
```

```
% Ajuda da função
```

- **Entradas e saídas:**

- s1, s2 = saídas
- e1, e2 = entradas

- **Variáveis:**

- **nargin** = número de argumentos de entrada passados
- **nargout** = número de argumentos de saída requeridos

# Criando funções em arquivos .m

- Exemplo: função para calcular a distância:

```
function d=diste(p1,p2)
%Calcula e imprime
%distância entre 2 pontos
if nargin = 2
    d = (p1(1)-p2(1)).^2
    d = d + (p1(2)-p2(2)).^2
    d = sqrt(d)
end
```

# Funções do Matlab

- **abs(x)**: número absoluto
- **sqrt(x)**: raiz quadrada
- **rand(n,m)**: matriz aleatória
- **[n,m] = size(X)**: tamanho de X
- **round(x)**: inteiro + próximo
- **fix(x)**: inteiro + próximo na direção de 0
- **floor(x)**: inteiro mais próximo na direção de  $-\text{Inf}$
- **ceil(x)**: inteiro mais próximo na direção de  $+\text{Inf}$

# Funções do Matlab

- **sin(x), cos(x), tan(x)**
- **asin(x), acos(x), atan(x)**
- **sign(x)**: retorna  $-1$  para negativo,  $0$  para zero,  $1$  para positivo
- **rem(x,y)**: resto da divisão entre  $x$  e  $y$  ( $x/y$ )
- **any(x)**: verdadeiro se um elemento de  $x$  for  $\neq 0$
- **inv(x)**: inversa
- **det(x)**: determinante

# Números Complexos

- **real(x)**: retorna a parte real de  $x$
- **imag(x)**: retorna a parte imaginária de  $x$
- **conj(x)**: retorna o complexo conjugado de  $x$
- **abs(x)**: retorna o modulo complexo (magnitude) de  $x$

# Gráficos

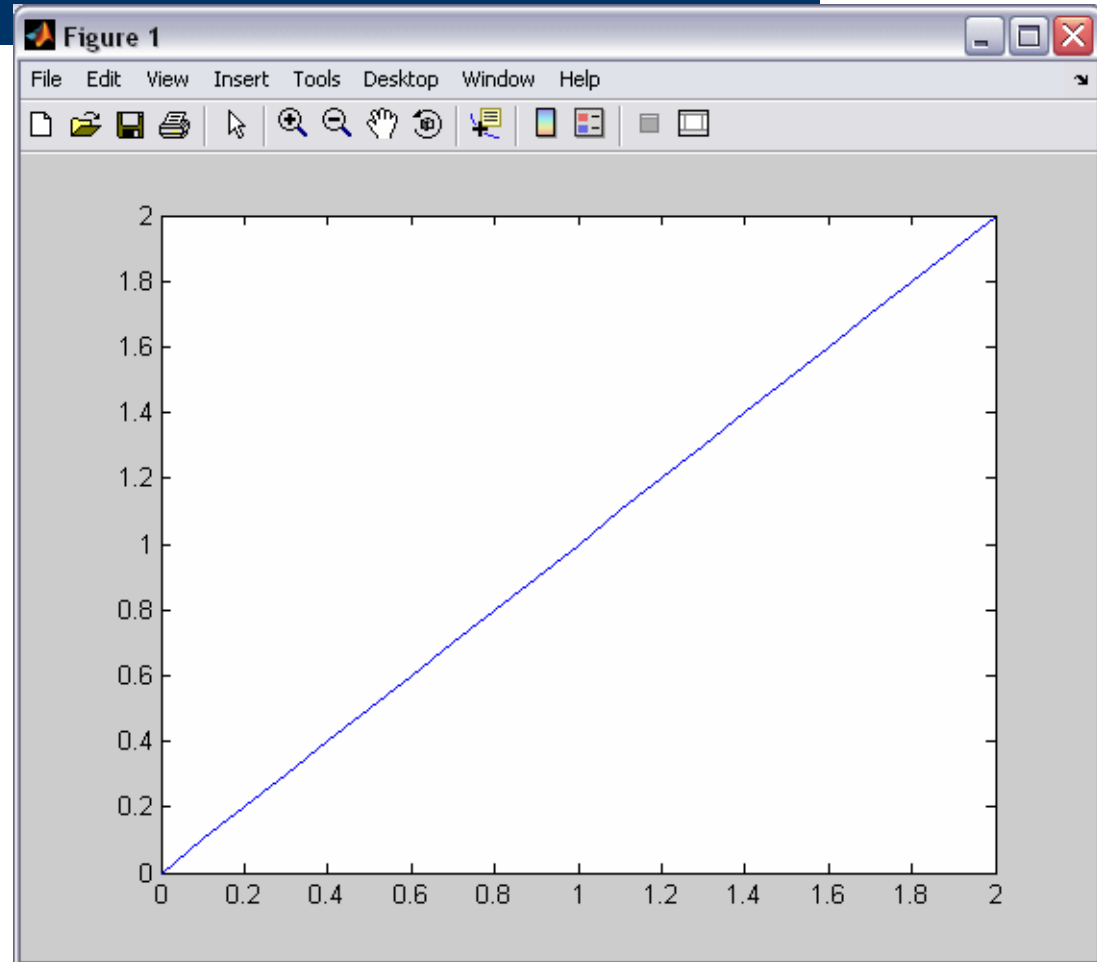
- `plot(x,y,' ');`
  - x e y = vetores de mesmo tamanho

Ex:

```
x = 0:.1:2;
```

```
y = x;
```

```
plot(x,y);
```



# Gráficos

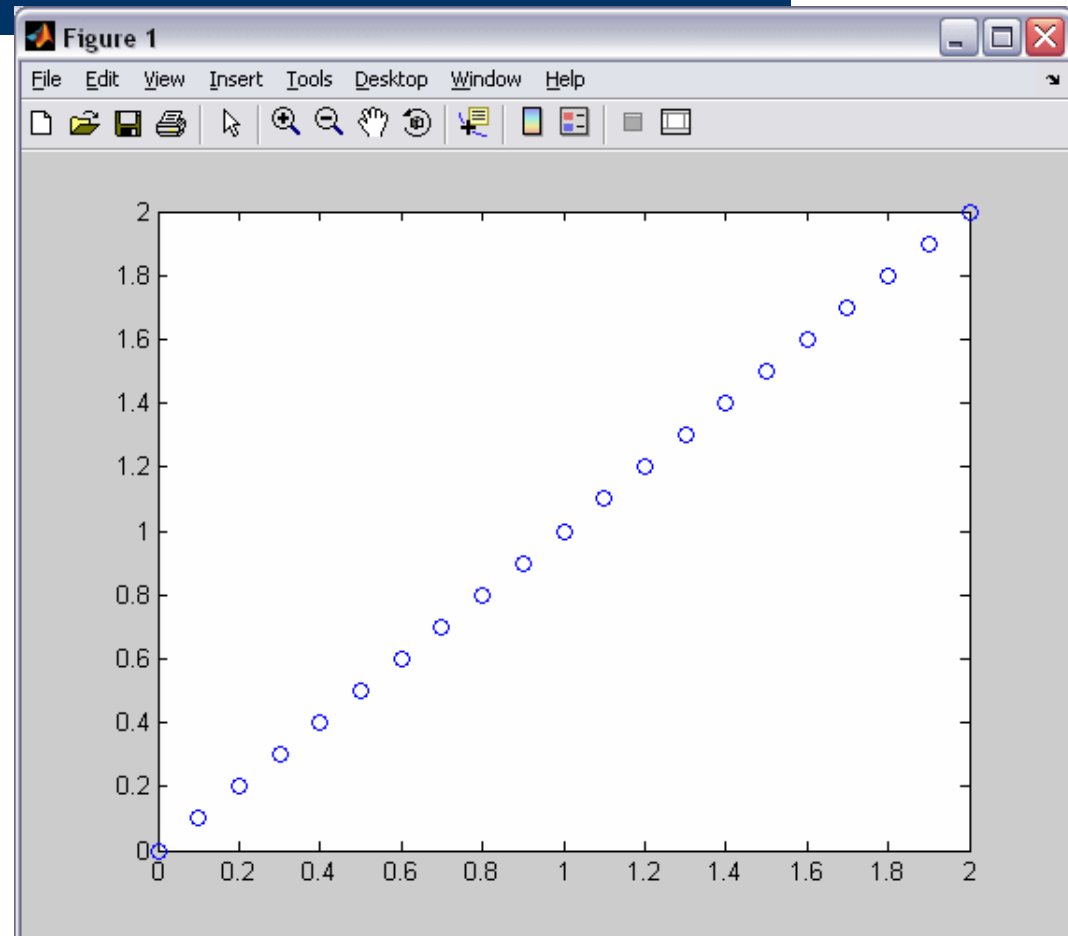
- `plot(x,y,'o');`
  - x e y = vetores de mesmo tamanho

Ex:

```
x = 0:.1:2;
```

```
y = x;
```

```
plot(x,y,'o');
```





# Gráficos

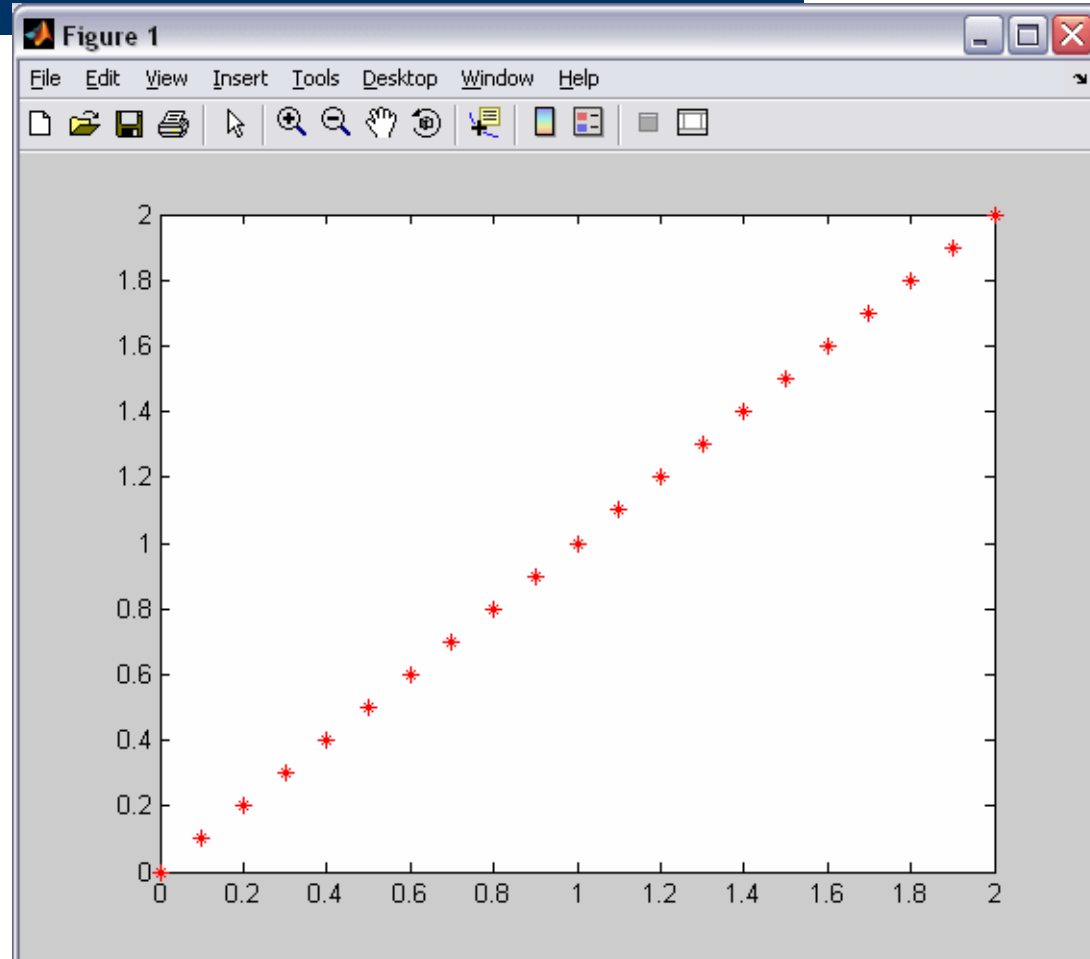
- `plot(x,y,' ');`
  - x e y = vetores de mesmo tamanho

Ex:

```
x = 0:1:2;
```

```
y = x;
```

```
plot(x,y,'r*');
```



# Gráficos

- **subplot(m,n,p)**

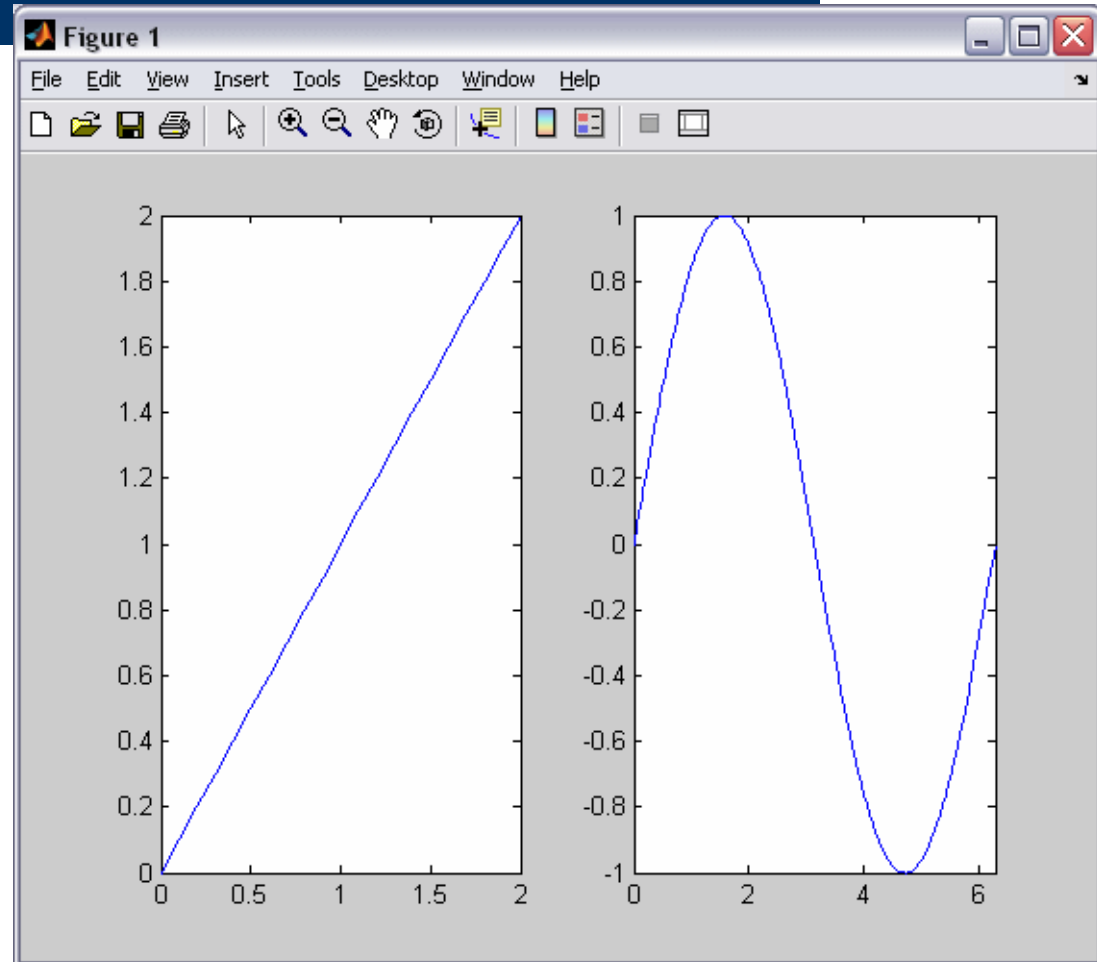
- Divide a janela em **m**x**n** partes para exibir vários gráficos ao mesmo tempo, escolhendo a parte **p** para a próxima exibição

```
subplot(1,2,1);
```

```
plot(x,y);
```

```
subplot(1,2,2);
```

```
fplot('sin',[0 2*pi]);
```



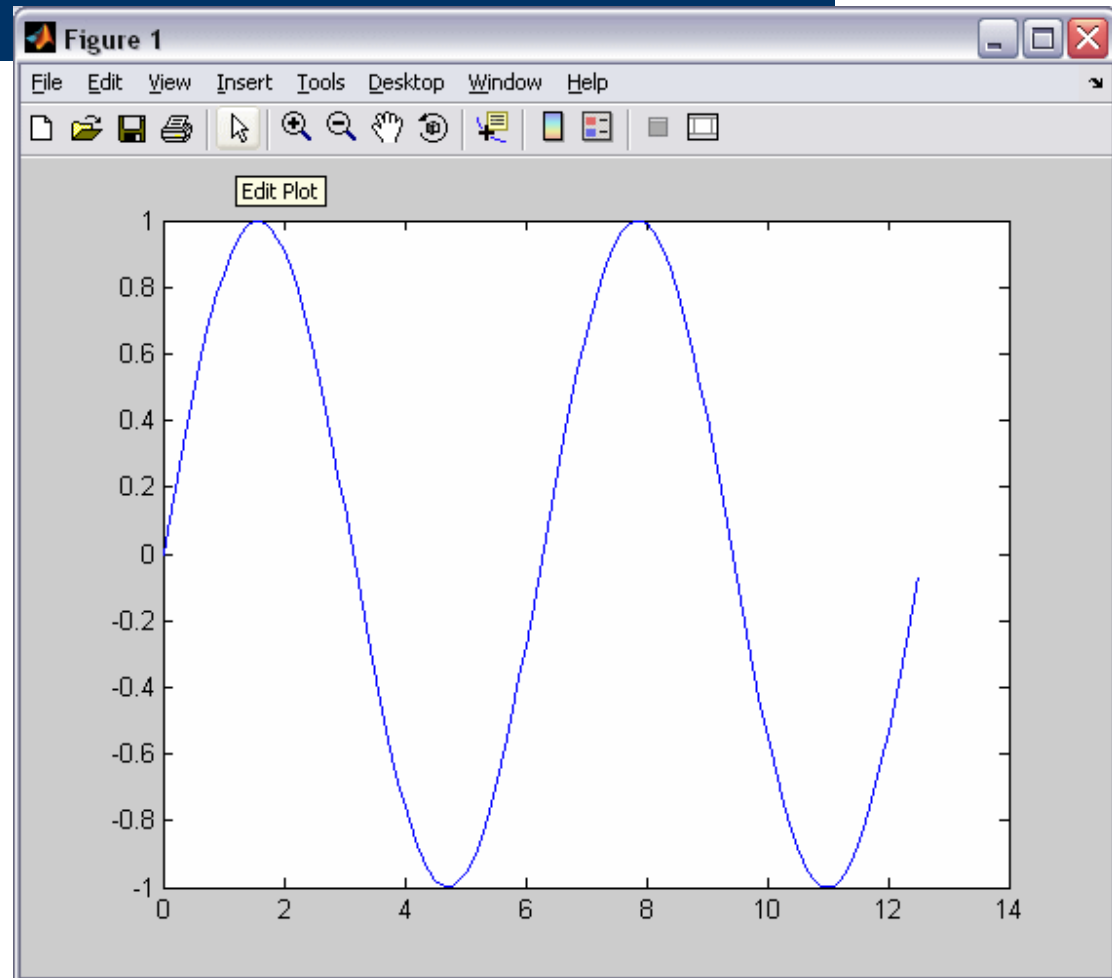
# Exercício 4

- Plotar gráfico do Seno
  - Intervalo: 0 a  $4\pi$
  - Amostragem: 0.1

```
t = 0:0.1:4*pi;
```

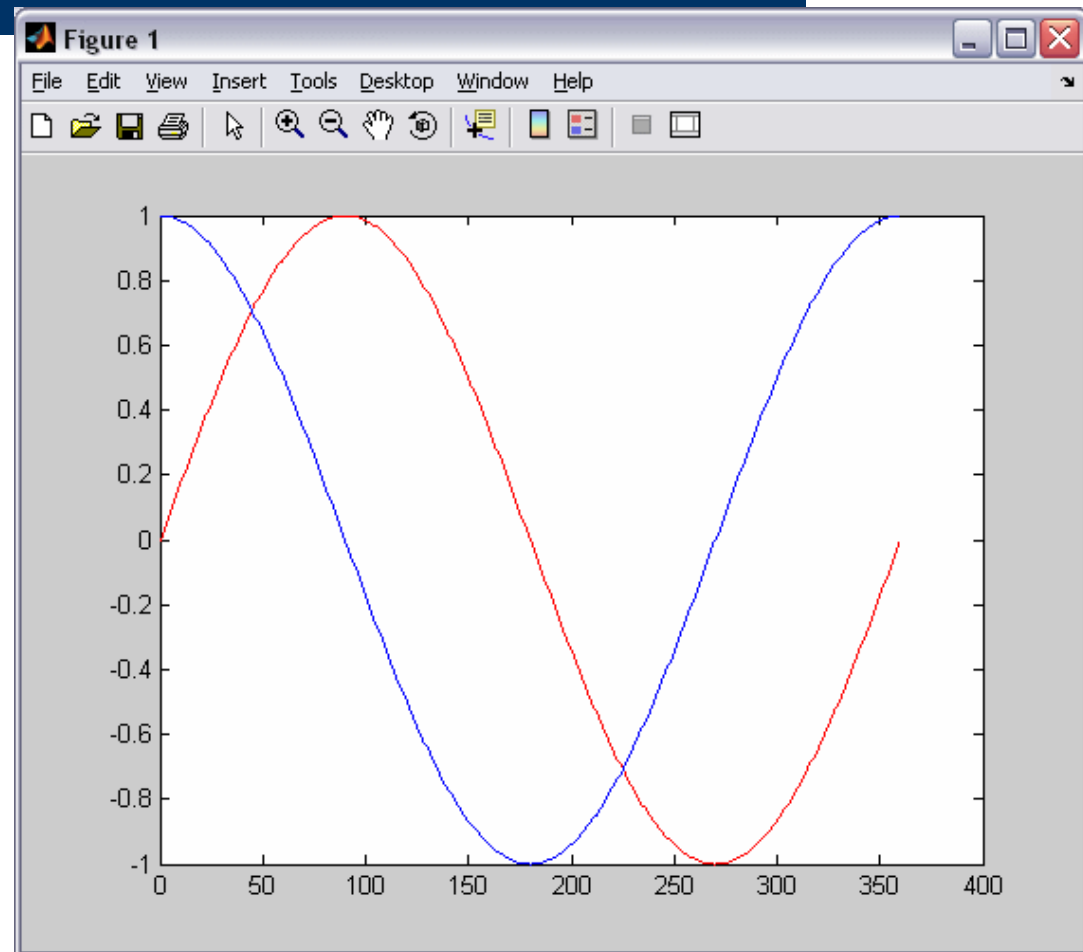
```
y = sin(t);
```

```
plot(t,y);
```



# Gráficos – Múltiplas Linhas

```
t=0:1:360;  
y1 = sin(deg2rad(t));  
y2 = cos(deg2rad(t));  
plot(t,y1,'r-',t,y2,'b-');
```



# Desenvolvimento de Algoritmos

- Operadores relacionais:
  - > - maior
  - < - menor
  - >= - maior ou igual
  - <= - menor ou igual
  - == - igual
  - ~= - diferente
- Operadores lógicos:
  - & - E
  - | - Ou
  - ~ - Não
- Estruturas condicionais:
  - if** (condicao)
  - ...
  - elseif** (condicao)
  - ...
  - else**
  - ...
  - end**

# Desenvolvimento de Algoritmos

- Estruturas condicionais:  
**switch** (argumento)  
    case (condicao)  
    ...  
    otherwise  
    ...  
**end**
- Estruturas de repetição:  
**for** (i=n : N)  
    [break]  
    [continue]  
**end**  
**while** (condição)  
    [break]  
    [continue]  
**end**

# Evitando Loops

- Loops são lentos:

```
for i=1:1000, x(i) = sin(2*pi*i/100);
```

- Pode ser substituído por:

```
x = sin(2*pi*[1:1000]/100);
```

# Estadística

● <b>max(x)</b>	máximo	>> x = 1:4;
● <b>min(x)</b>	mínimo	x = [1 2 3 4]
● <b>mean(x)</b>	média	>> sum (x)
● <b>median(x)</b>	mediana	10
● <b>std(x)</b>	desvio padrão	>> cumsum(x)
● <b>var(x)</b>	variância	[1 3 6 10]
● <b>sum(x)</b>	soma	>> prod(x)
● <b>cumsum(x)</b>	soma cumulativa	24
● <b>prod(x)</b>	produto	>> cumprod(x)
● <b>cumprod(x)</b>	produto cumulativo	[1 2 6 24]
● <b>sort(x):</b>	ordena x	



# Outros Comandos

- **who**: exhibe as variáveis
- **whos**: exhibe as variáveis e seus conteúdos
- **clear**: limpa a memória
- **exit/quit**: finaliza o Matlab
- **clf**: limpa a tela de trabalho
- **gcf**: coloca a figura atual (gráficos, etc.) em 1º plano
- **cfg**: limpa a figura atual
- **ls / dir**: lista o conteúdo da pasta atual
- **help / help [comando]**: exhibe ajuda

# Toolbox: Processamento de Sinais

- Suporta operações com sinais, desde a geração até filtragem, modelagem e análise espectral
  - *Filtros digitais e analógicos*
  - *Implementação de filtros digitais*
  - *Transformadas*
  - *Processamento estatístico*
  - *Modelagem paramétrica*
  - *Predição linear*
  - *Geração de sinais*

# Representação de Sinais

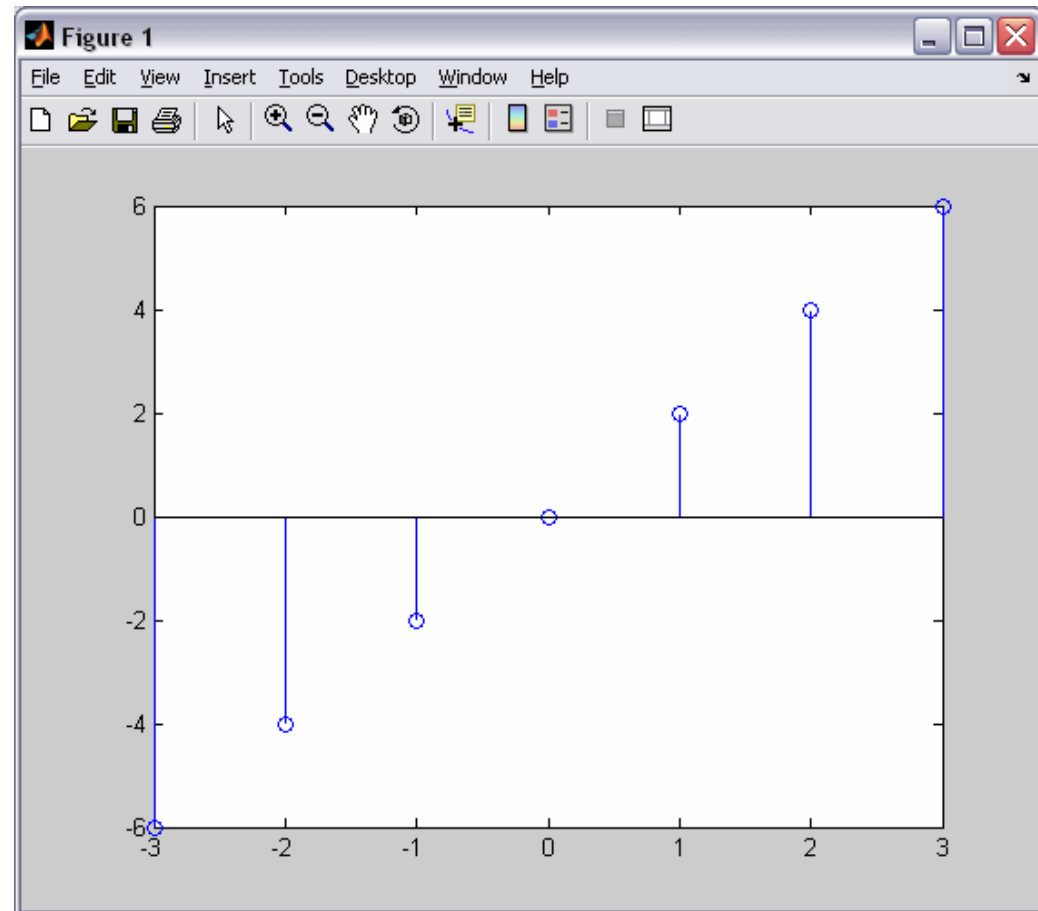
- Sinais são representados por vetor

$$x[n] = \begin{cases} 2n, & -3 \leq n \leq 3 \\ 0, & \textit{otherwise} \end{cases}$$

`n = -3:3`

`x = 2*n;`

`stem(n,x);`



# Geração de Sinais

$$x(t) = \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)$$

- **cria um vetor tempo**  
`t = -5:5;`
- **e a representação do sinal**  
`s = sin(pi*t/4);`

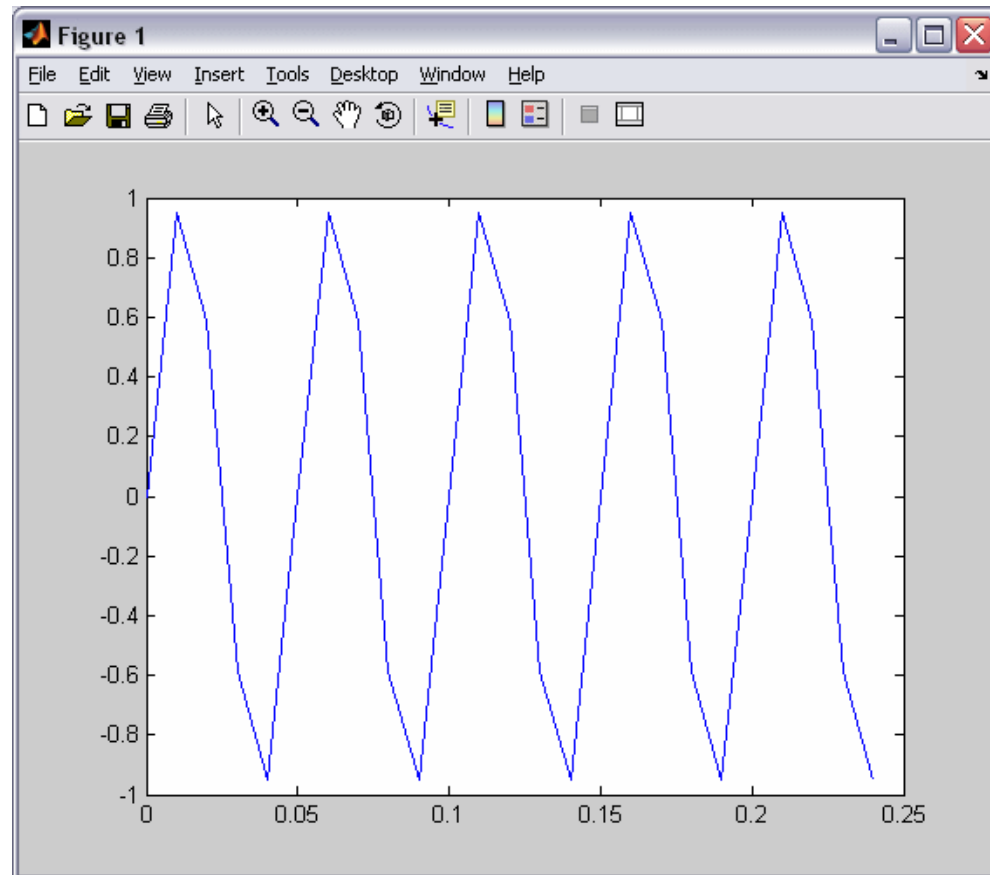
$$x(n) = e^{j\left(\frac{\pi}{8}n\right)}$$

- **cria um vetor tempo**  
`t = 0:32;`
- **e a representação do sinal**  
`x = exp(j*(pi/8)/n);`

# Geração de Sinais

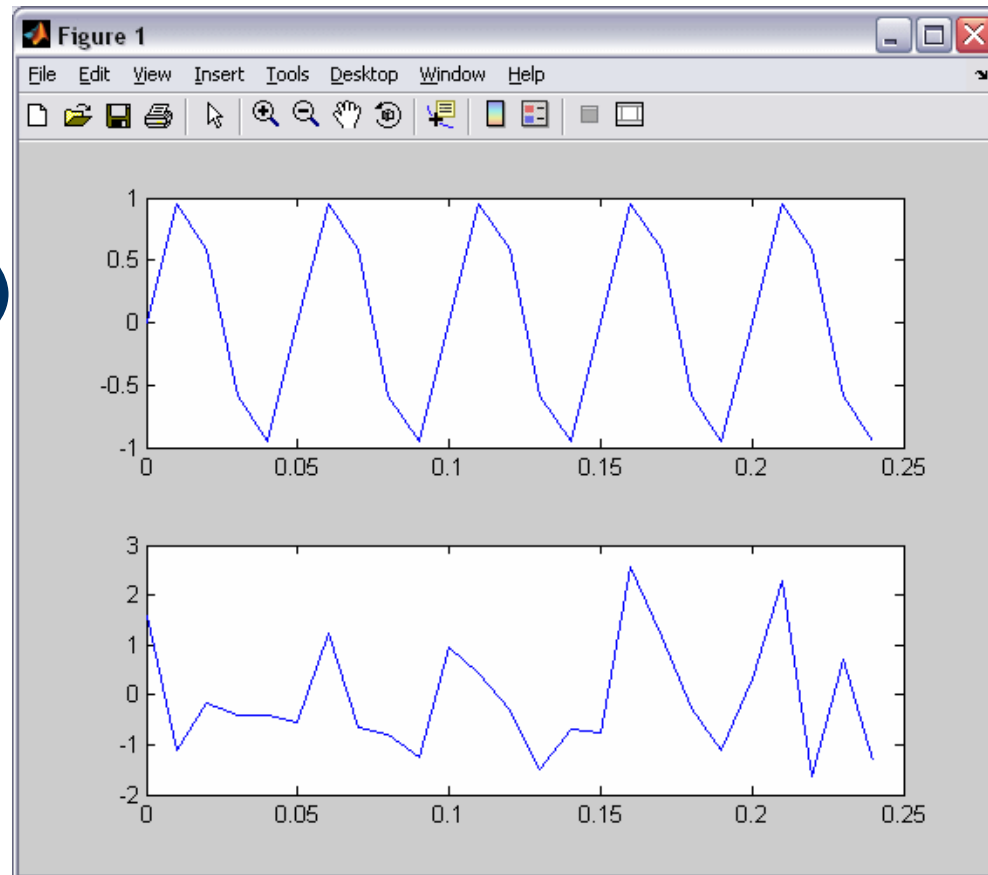
- Gerando dados com frequência de amostragem 100Hz
  - Vetor tempo:  **$t=0:0.01:1$**
  - Sinal constituído de 2 senoidais com frequência de 50Hz e 120:

```
y = sin(2*pi*50*t) +  
sin(2*pi*120*t);  
plot(t(1:25),y(1:25));
```



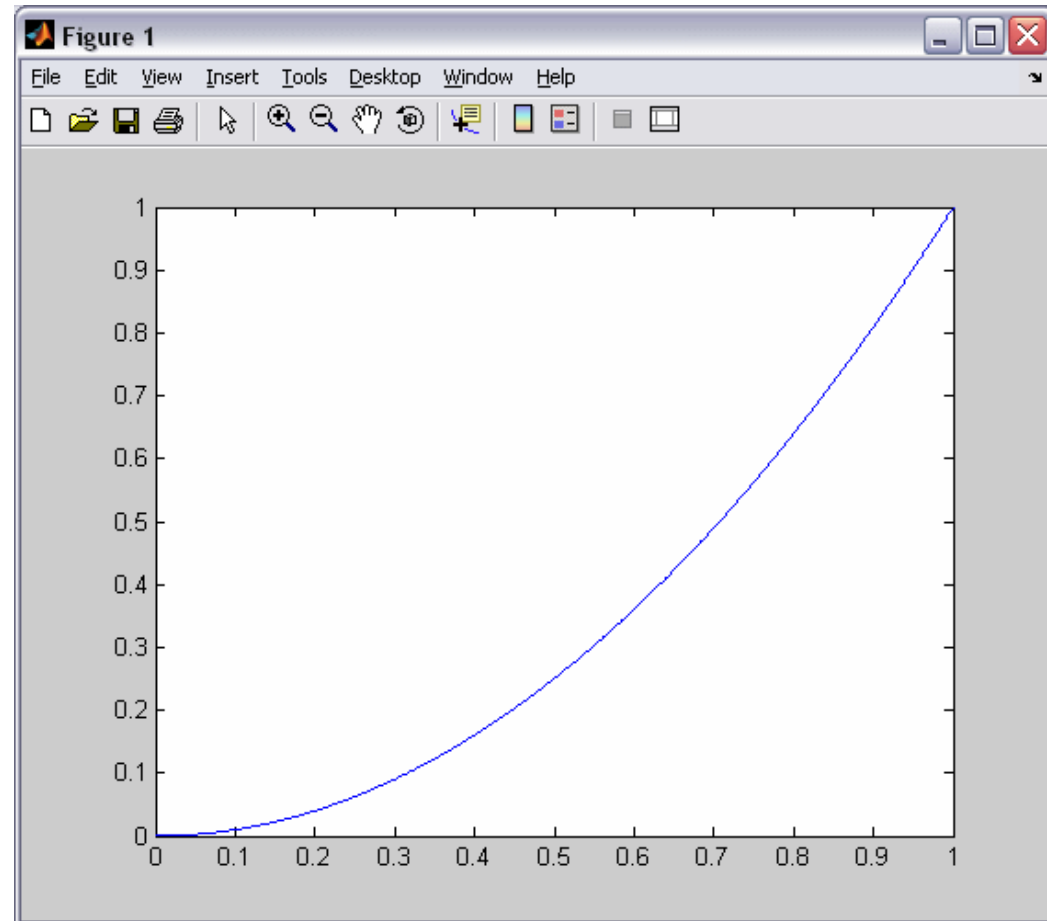
# Geração de Ruído

- **randn**: gera matriz aleatória com distribuição gaussiana  
 **$y_n = y + \text{randn}(\text{size}(t))$**   
% adiciona ruído aleatório



# Seqüências Comuns

- **Impulso unitário:**  
 $t = 1:100;$   
 $y = [1; \text{zeros}(99,1)];$
- **Degrau:**  
 $t = 1:100;$   
 $y = \text{ones}(100,1);$
- **Rampas:**  
 $t = (0:0.001:1)';$   
 $y = t;$   
 $y = t.^2;$



# Convolução e Filtragem

- **conv(x,y)**

- A saída de um filtro digital  $y(k)$  representa a sua entrada  $x(k)$  convoluída com sua resposta impulsiva  $h(k)$
- se a entrada  $x(k)$  e a resposta impulsiva  $h(k)$  do filtro são finitas, podemos usar **conv** para implementar um filtro

```
x = randn(5,1);
```

```
h = [1 1 1 1]/4;
```

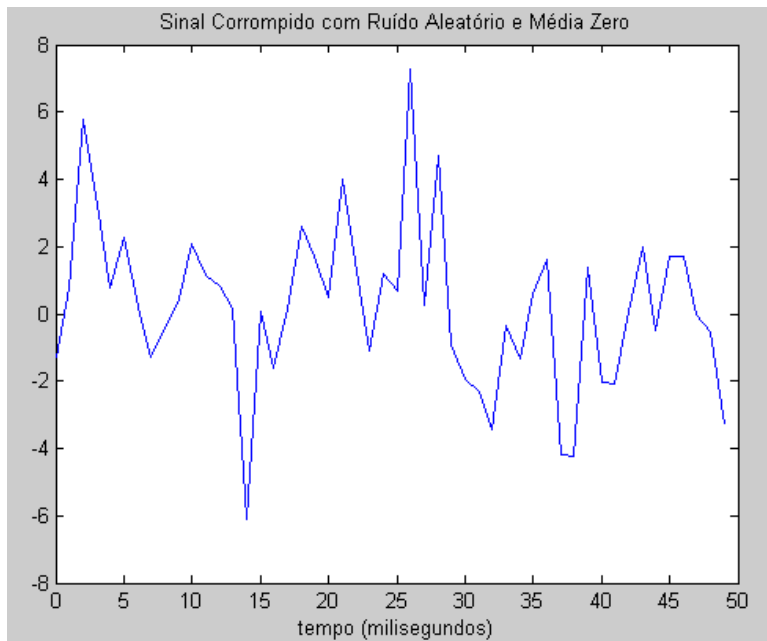
```
y = conv(h,x);
```



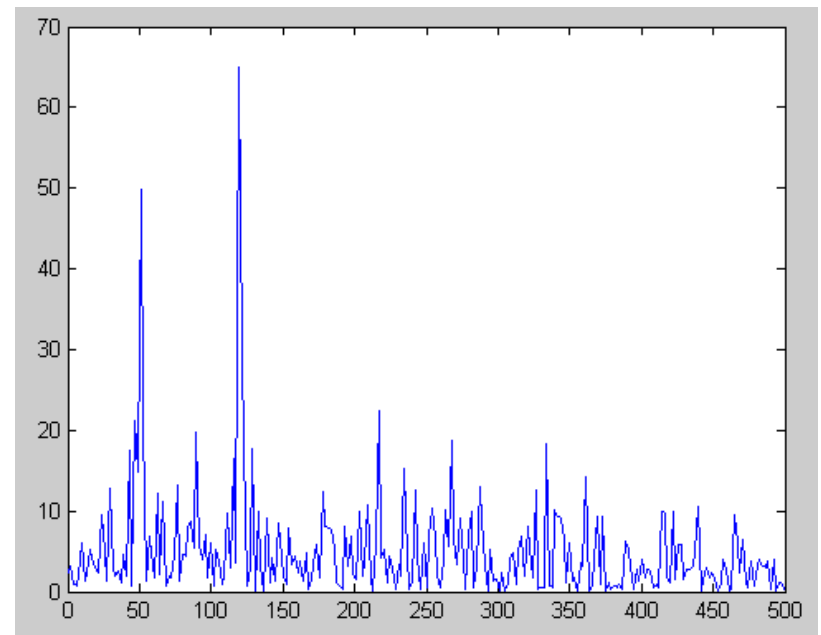
# Transformada Rápida de Fourier

- $\text{fft}(x,N)$  - transformada rápida de Fourier
- $\text{ifft}(X,N)$  - transformada rápida de Fourier inversa
  
- $x$  - sinal
- $N$  - quantidade de pontos (deve ser potência de 2 para FFT)

# Transformada Rápida de Fourier



```
t = 0:0.001:0.6;  
x = sin(2*pi*50*t)+sin(2*pi*120*t);  
y = x + 2*randn(size(t));  
plot(1000*t(1:50),y(1:50))  
title('Sinal Corrompido com Ruído Aleatório e Média Zero')  
xlabel('tempo (milisegundos)')
```



```
Y = fft(y,512);  
Pyy = Y.* conj(Y) / 512;  
f = 1000*(0:256)/512;  
plot(f,Pyy(1:257))  
title('Conteudo de Frequencia de y')  
xlabel('frequencia (Hz)')
```

# Mais MATLAB

- <http://www.mathworks.com>
- <http://www.mat.ufmg.br/~regi/topicos/intmatl.html>
- <http://www.math.ufl.edu/help/matlab-tutorial/>
- <http://www.dc.ufscar.br/~mauricio/>